

# Análisis Multivariado I

Fecha de Entrega: 18 de Octubre de 2021

- Justifique todas sus respuestas -

Nombre y Apellido:

Cantidad Total de Hojas:

**Todos los items deben estar desarrollados en las hojas. El script .R debe adjuntarse con fines de verificación.**

---

La Tabla 1 contiene una muestra de habla digitalizada correspondiente a los fonemas ingleses: "ao" (como en *water*), dcl (como en *dark*) y "sh" (como en *she*). Se eligieron para cada fonemas cuatro frecuencias del log-periodograma para intentar ver si permiten diferenciarlos. Los datos observados se encuentran en los archivos `fonema-ao.txt`, `fonema-dcl.txt` y `fonema-sh.txt`, respectivamente. Indiquemos por  $\mathbf{x}_{ij} \in \mathbb{R}^4$ ,  $1 \leq i \leq n_i$ ,  $1 \leq j \leq 3$  a los datos y supongamos que  $\mathbf{x}_{ij} \sim N(\boldsymbol{\mu}_j, \boldsymbol{\Sigma}_j)$  independientes entre sí.

1. Testee con nivel asintótico  $\alpha = 0.01$  si los datos correspondientes a las 3 fonemas tienen igual matriz de covarianza. Cuál es el  $p$ -valor?
2. En base a lo obtenido en a) qué estadístico usaría para testear

$$H_0 : \boldsymbol{\mu}_1 = \boldsymbol{\mu}_2 = \boldsymbol{\mu}_3$$

Qué distribución tiene bajo  $H_0$ . Realice el test con nivel exacto  $\alpha = 0.01$ .

3. En base a los resultados obtenidos en a) y b), decida si es razonable hacer un plot de las coordenadas discriminantes. Cuántas coordenadas consideraría? Explique claramente porqué.
4. Supongamos que podemos graficar las coordenadas discriminantes.

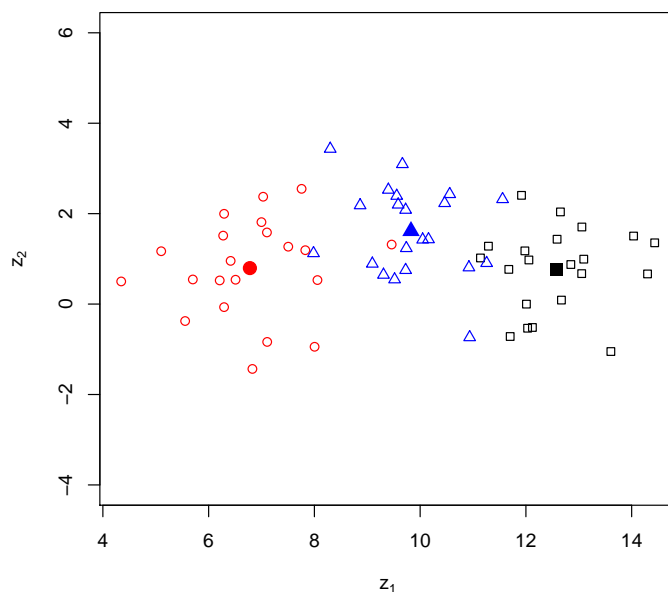


FIGURE 1. Coordenadas discriminantes de fonemas

La Figura 1 presenta un scatterplot de las dos primeras coordenadas discriminantes de los datos, es decir  $\mathbf{z}_{ij} = (\mathbf{a}_1^T \mathbf{x}_{ij}, \mathbf{a}_2^T \mathbf{x}_{ij})^T$ , donde  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$  son las primeras dos direcciones

canónicas elegidas de modo que su primer coordenada sea positiva. identifique cada fonema en el gráfico.

Qué observa respecto de la primer coordenada discriminante?

| Fonema "ao" |         |         |         | Fonema "dcl" |         |         |         | Fonema "sh" |         |         |         |
|-------------|---------|---------|---------|--------------|---------|---------|---------|-------------|---------|---------|---------|
| 19.8209     | 20.1897 | 18.8056 | 18.8131 | 14.4002      | 15.511  | 13.6172 | 11.3073 | 19.2932     | 15.9044 | 15.3192 | 19.3112 |
| 18.6412     | 16.014  | 18.6528 | 19.2808 | 12.2037      | 11.9669 | 8.7603  | 8.7363  | 15.767      | 14.9266 | 10.6500 | 15.5330 |
| 18.5421     | 16.928  | 18.7873 | 22.6832 | 14.5888      | 10.6976 | 9.2684  | 12.38   | 19.1351     | 16.6698 | 13.834  | 13.3328 |
| 19.8031     | 19.4174 | 18.0343 | 20.8131 | 11.4247      | 14.1664 | 10.3129 | 8.962   | 14.3694     | 13.7507 | 12.9637 | 17.0691 |
| 17.4762     | 18.3583 | 20.7255 | 20.2037 | 10.6685      | 8.9608  | 9.9236  | 8.2158  | 17.6204     | 16.297  | 17.1984 | 17.6705 |
| 19.8538     | 21.1484 | 17.5369 | 16.4584 | 12.1733      | 9.9945  | 10.6296 | 13.6468 | 14.8186     | 13.7866 | 13.8798 | 14.6813 |
| 17.2258     | 20.8064 | 18.8121 | 19.7506 | 9.8743       | 10.1409 | 7.1776  | 7.0147  | 17.883      | 16.6665 | 17.318  | 18.4593 |
| 21.0307     | 19.6555 | 21.9133 | 24.6494 | 14.2188      | 14.056  | 11.5264 | 10.4814 | 16.5603     | 13.865  | 12.4225 | 15.6327 |
| 23.4917     | 23.243  | 21.3816 | 21.8739 | 12.5048      | 13.6877 | 15.83   | 12.0502 | 13.289      | 12.7978 | 13.7393 | 16.9819 |
| 17.6831     | 16.634  | 21.1441 | 20.1715 | 15.9047      | 14.8468 | 13.8338 | 15.0335 | 16.7706     | 14.0365 | 10.3969 | 16.1465 |
| 19.2792     | 14.1976 | 15.5196 | 20.8076 | 10.1228      | 7.2700  | 6.3629  | 11.4424 | 15.4972     | 15.0361 | 15.0336 | 14.4608 |
| 20.8553     | 20.9549 | 17.2858 | 20.2733 | 8.163        | 8.7075  | 13.2498 | 12.2674 | 16.2417     | 17.8796 | 13.7507 | 15.9362 |
| 19.7113     | 16.4316 | 17.9412 | 23.0661 | 12.0378      | 10.7866 | 15.0771 | 10.3914 | 14.9388     | 10.0742 | 7.7498  | 14.3445 |
| 18.9018     | 18.8822 | 17.6245 | 19.5842 | 10.0308      | 11.6081 | 10.8217 | 9.4951  | 15.4178     | 10.5369 | 11.5261 | 14.9751 |
| 19.8003     | 21.8622 | 22.5886 | 16.5476 | 7.8187       | 7.0908  | 7.0345  | 6.4572  | 18.9297     | 16.7349 | 14.074  | 16.4515 |
| 19.1173     | 16.8602 | 19.9204 | 22.829  | 11.8401      | 10.9418 | 8.2156  | 11.5043 | 17.8055     | 15.5367 | 13.6635 | 14.8032 |
| 17.6753     | 15.7357 | 20.0478 | 22.5923 | 12.9278      | 10.6114 | 7.849   | 11.2434 | 15.9962     | 15.7151 | 15.3434 | 15.28   |
| 18.3547     | 16.4372 | 17.426  | 17.9088 | 11.2216      | 9.3824  | 9.7109  | 10.0915 | 16.7528     | 14.2641 | 14.7547 | 16.7335 |
| 19.2603     | 23.5889 | 23.6972 | 22.0109 | 13.9345      | 11.2431 | 10.6668 | 10.2538 | 13.3159     | 12.6585 | 11.5302 | 12.7319 |
| 20.2677     | 18.1313 | 19.9938 | 22.0692 | 10.5571      | 10.9454 | 9.8683  | 9.3497  | 16.6374     | 17.9471 | 19.9506 | 17.2095 |
| 21.6119     | 21.1595 | 20.5773 | 24.6831 | 9.2233       | 10.0589 | 10.695  | 8.0253  | 17.1581     | 15.8409 | 13.0613 | 17.4296 |

TABLE 1. Datos de fonemas "ao", "dcl" y "sh".